Gravitationsfeld

1. Keplersches Gesetz

Alle Planeten laufen auf (kreisbahnähnlichen) Ellipsen um die Sonne um, deren Mittelpunkt all diesen Ellipsen als Brennpunkt gemeinsam ist. Der zweite Brennpunkt jeder Ellipse liegt von Ellipse zu Ellipse anders und ist nur ein math. Punkt im leeren Raum.

2. Keplersches Gesetz

Ein Planet bewegt sich geschwindigkeitsmäßig so auf seiner Ellipse, dass der Fahrstrahl vom Zentralkörper zum Planeten in gleich langen Zeitspannen gleich große (aber von der Form her unterschiedliche) Teilflächen der Ellipse überstreicht.

3. Keplersches Gesetz

$$\frac{T_1^2}{a_1^3}=\frac{T_2^2}{a_2^3}=\ldots=\frac{4\pi^2}{G\cdot M}=konst.$$

Gravitationskraft

$$F_{Grav}=G\cdot M\cdot m\cdot\frac{1}{r^2}$$

$$mit\ Gravitationskonstante\ G:$$

$$G=\frac{4\pi^2}{M}\cdot\frac{T^2}{a^3}=6{,}673\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\cdot s^2}$$

Gravitationsfeldstärke

$$g(r)=\frac{F_{Grav}}{m}=\frac{G\cdot M}{r^2}$$

$$F_{Grav}(r)=m\cdot g(r)$$

Verschiebungsarbeit

im radialsymmetrischen Gravitationsfeld

$$W_V(A\rightarrow E)=G\cdot m\cdot M\cdot\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_e}\right)$$

$$mit\ W_V(A\rightarrow E)>0\ für\ r_A<r_E$$

Potentielle Energien im radialsymmetrischen Gravitationsfeld

Nullenergieniveau im Unendlichen

$$E_{pot}(r)=-G\cdot m\cdot M\cdot\frac{1}{r}$$

$$mit\quad E_{pot}(r)<0\quad und\quad E_{pot}(\infty)=0$$

Nullenergieniveau auf Zentralkugeloberfläche (h=0)

$$E_{pot}(h)=G\cdot m\cdot M\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R+h}\right)$$

$$mit\ E_{pot}(h)\geq 0$$

Potential

$$V(r)=\frac{E_{pot}(r)}{m}=-G\cdot M\cdot\frac{1}{r}$$

$$V(r)=\frac{E_{pot}(r)}{m}=G\cdot M\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R+h}\right)$$

$$W_V(A\rightarrow E)=m\cdot(V(r_E)-V(r_A))=m\cdot\Delta V$$

$$Für\ Potential\ im\ Punkt\ P\ bei\ zwei\ Zentralkörpern\ M_1, M_2:$$

$$V_{ges}=V_1(\overline{M_1 P})+V_2(\overline{M_2 P})$$

Gravitationsfeld

Energieerhaltungssatz

gilt auf Kegelschnittbahnen, wenn sich der Körper mit Masse m antriebslos auf solch einer Bahn bewegt

$$E_{ges}=E_{kin}+E_{pot}=konst.$$

$$E_{kin1}+E_{pot1}=E_{kin2}+E_{pot2}$$

Triebwerk an - Energieerhaltung vertan:

$$E_{gesnachher}=E_{gesvorher}+\Delta W_{Triebwerk}$$

Bei $E_{pot}(\infty)=0$ gilt:

$E_{ges}<0$
$\rightarrow$ *Körper auf endlicher oder geschlossener Bahn*

$E_{ges}=0$
$\rightarrow$ *Körper kommt mit* $v(\infty)=0$ *ins Unendliche*

$E_{ges}>0$
$\rightarrow$ *Körper kommt mit* $v(\infty)>0$ *ins Unendliche*

---

1. kosmische Geschwindigkeit

Geschwindigkeit, die benötigt wird, um einen Körper auf eine Umlaufbahn an der Oberfläche der Erde um die Erde zu bringen.

Ansatz:

$$F_Z=F_{Grav}$$

2. kosm. Geschwindigkeit = Fluchtgeschw.

Geschwindigkeit, die in benötigt wird, damit ein Körper von der Erdoberfläche weg ins Unendliche entkommt.

Ansatz:

$$E_{ges}=0 \quad bei\ E_{pot}(\infty)=0$$