Schwingungen

Grundformeln

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

8ung: Winkel im Bogenmaß!

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{f}$$

Winkelfunktionen

je nach Anfangsbedingungen

+sin ()	von unten nach oben anschubsen (Kinnhaken)
-sin ()	von oben nach unten anschubsen (Kopfnuss)
+cos ()	hochdrücken und loslassen
-cos ()	herunterziehen und loslassen

Ableitungen

$$v(t) = \dot{x}(t)$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

Maximalwerte

$$x_{max} = A$$

$$v_{max} = A\omega$$

$$a_{max} = A\omega^2$$

Phasenverschiebungen

entstehend durch Ableiten

$$\text{zwischen } x(t) \text{ und } v(t):\ 90° = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{zwischen } v(t) \text{ und } a(t):\ 90° = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{zwischen } x(t) \text{ und } a(t):\ 180° = \pi$$

lineares Kraftgesetz

$$F(t) = -m\omega^2 \cdot x(t) \text{ mit } -m\omega^2 = konst.$$

$$\Rightarrow\ \boldsymbol{F(t) \sim x(t)}$$

Schwingungsdifferentialgleichung

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 \cdot x(t) = 0$$

phys. und math. zusammengehörig sind:

harmonische Schwingungen

lineares Kraftgesetz

Schwingungsdifferentialgleichung

» aus einem dieser folgen jeweils die anderen

Schwingungen

Federpendel

$$\omega^2=\frac{D}{m}$$

lineares Kraftgesetz:

$$F_{Rück}(t)=-D\cdot x(t)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{F_{Rück}(t)\sim x(t)}$$

$$mit\ Prop.-Konst.=-D$$

Fadenpendel

bei kleinen Auslenkungswinkeln, also wenn x_{max} = A << l

$$\omega^2=\frac{g}{l}$$

lineares Kraftgesetz:

$$F_{Rück}(t)=\frac{-mg}{l}\cdot x(t)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{F_{Rück}(t)\sim x(t)}$$

$$mit\ Prop.-Konst.=\frac{-mg}{l}$$

U-Rohr

$$\omega^2=\frac{2g}{l}$$

lineares Kraftgesetz:

$$F_{Rück}(t)=-2\rho\, g\, A_{Quer}\cdot x(t)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{F_{Rück}(t)\sim x(t)}$$

$$mit\ Prop.-Konst.=-2\rho\, g\, A_{Quer}$$

Nun werden alle Prop.-Konstanten nach Weglassen des Minus als Richtgröße D bezeichnet, dann ergeben sich:

$$D=Federkonstante$$

$$\boxed{D=m\cdot\omega^2}$$

$$D=\frac{m\cdot g}{l}$$

$$\boxed{D=m\cdot\omega^2}$$

$$D=\frac{m\cdot g}{l}$$

$$\boxed{D=m\cdot\omega^2}$$

$$F_{Rück}(t)=-D\cdot x(t)$$

$$F_{Rück\,max}=D\cdot A$$

$$E_{kin}(t)=\frac{m}{2}\cdot(v(t))^2$$

$$E_{kin\,max}=\frac{m}{2}\cdot v_{max}^2=\frac{m\,\omega^2}{2}\cdot A^2$$

$$E_{pot}(t)=\frac{D}{2}\cdot(x(t))^2$$

$$E_{pot\,max}=\frac{D}{2}\cdot A^2$$

$$E_{ges}=E_{kin}(t)+E_{pot}(t)=konst.$$

$$E_{ges}=E_{pot\,max}=E_{kin\,max}$$

Einschub:

Reihenschaltung von Federn

$$\frac{1}{D_{ges}}=\frac{1}{D_1}+\frac{1}{D_2}+...$$

Parallelschaltung von Federn

$$D_{ges}=D_1+D_{ges}2+...$$