analytische Geometrie

Geraden

Punkt-Richtungs-Form

$$\vec{r}(\lambda) = \vec{r}_1 + \lambda \vec{a}$$

mit $\lambda \in \mathbb{R}$ und $\vec{a} \neq \vec{0}$

Zwei-Punkte-Form

$$\vec{r}(\lambda) = \vec{r}_1 + \lambda \overrightarrow{P_1 P_2} = \vec{r}_1 + \lambda(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

mit $\lambda \in \mathbb{R}$ und Richtungsvektor $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Abstand Punkt - Gerade

$$d = \frac{|\vec{a} \times (\vec{r}_P - \vec{r}_1)|}{|\vec{a}|}$$

mit $\vec{r}_P$ Ortsvektor des Punktes
und $\vec{r}_1$ Ortsvektor des Geraden-Aufhängepunktes

Abstand zweier paralleler Geraden

Formel wie links!

Für $\vec{r}_P$ zweiten Aufhängepunkt einsetzen

Parallelität bei $\vec{a} \times \vec{b} = 0$!

Abstand zweier windschiefer Geraden

$$d = \frac{|[\vec{a}_1 \vec{a}_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)]|}{|\vec{a}_1 \times \vec{a}_2|}$$

Windschief bei $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 \neq \vec{0}$ und $[\vec{a}_1 \vec{a}_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)] \neq 0$

Schnittpunkt, Schnittwinkel zweier Geraden

Schnittpunkt: $\vec{r}_1 + \lambda \cdot \vec{a}_1 = \vec{r}_2 + \mu \cdot \vec{a}_2$

Schnittwinkel: $\varphi = \arccos\left(\frac{\vec{a}_1 \circ \vec{a}_2}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|}\right)$

Ebenen

Parameterdarstellung

$$\vec{r}(\lambda, \mu) = \vec{r}_1 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

mit $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

Normalenform

$$\vec{n} \circ (\vec{x} - \vec{r}) = 0$$

mit $\vec{n}$: Normalenvektor
und $\vec{r}$: Aufhängepunkt

allgemeine Koordinatendarstellung

$$ax + by + cz + d = 0$$

Abstand Punkt – Ebene

$$d = \frac{|\vec{n} \circ (\vec{r}_P - \vec{r}_1)|}{|\vec{n}|}$$

Abstand Gerade – parallele Ebene

$$d = \frac{|\vec{n} \circ (\vec{r}_g - \vec{r}_E)|}{|\vec{n}|}$$

Parallelität bei $\vec{a} \circ \vec{n} = 0$

Abstand paralleler Ebenen

$$d = \frac{|\vec{n}_1 \circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)|}{\vec{n}_1} = \frac{|\vec{n}_2 \circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)|}{|\vec{n}_2|}$$

Parallelität bei $\vec{n}_1 \circ \vec{n}_2 = 0$

Schnittpunkt/Schnittwinkel Gerade – Ebene

Schnittpunkt: $\vec{r}_S = \vec{r}_g + \frac{\vec{n} \circ (\vec{r}_E - \vec{r}_g)}{\vec{n} \circ \vec{a}} \cdot \vec{a}_g$

Schnittwinkel: $\varphi = \arcsin\left(\frac{|\vec{n} \circ \vec{a}_g|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{a}_g|}\right)$

Schnittgerade/Schnittwinkel zweier Ebenen

Schnittwinkel: $\varphi = \arccos\left(\frac{\vec{n}_1 \circ \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}\right)$

Für Schnittgerade $\vec{a} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$
und $\vec{n}_1 \circ (\vec{r}_g - \vec{r}_1) = 0$; $\vec{n}_2 \circ (\vec{r}_g - \vec{r}_2) = 0$
Dabei eine $\vec{r}_g$ - Komponente frei wählbar!

© VMH '05